

Вариант 1.

- Упростите: а) $\frac{tg^2 \alpha}{1+tg^2 \alpha} \cdot \frac{1+ctg^2 \alpha}{ctg^2 \alpha}$; б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right) \cdot tg(\pi + \alpha)$;
в) $-\cos 10^\circ + \cos 11^\circ \cdot \cos 21^\circ + \cos 69^\circ \cdot \cos 79^\circ$.
- Вычислите а) $\sin \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{1}{9}$, $\pi < \alpha < 2\pi$;
б) $\alpha \div \beta$, если $0 < \alpha < 0,5\pi$, $tg \alpha = \frac{1}{5}$, $\pi < \beta < 1,5\pi$, $tg \beta = \frac{2}{3}$.
- Докажите тождество: а) $tg \alpha + \cos^{-1} \alpha - 1 = \frac{\sqrt{2} \sin 0,5\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)}$; б) $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = ctg\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)$.
- Какие целые значения может принимать выражение $7\cos \alpha - 3\sin \alpha$?
- Зная, что А, В и С – внутренние углы треугольника, докажите справедливость равенства

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

Вариант 2.

- Упростите: а) $\frac{-\sin(-\alpha) - tg(-\alpha)}{1 + \cos(-\alpha)}$; б) $-\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right) - \sin(\pi - 2\alpha) \cdot ctg(\pi + \alpha)$;
в) $\sin 15^\circ \cdot \cos 40^\circ + \sin 25^\circ - \cos 50^\circ \cdot \sin 75^\circ$.
- Вычислите а) $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{1}{8}$, $\pi < \alpha < 2\pi$;
б) $\alpha \div \beta$, если $0 < \alpha < 1,5\pi$, $tg \alpha = \frac{1}{7}$, $0 < \beta < 0,5\pi$, $tg \beta = \frac{3}{4}$.
- Докажите тождество: а) $1 + ctg \alpha + \sin^{-1} \alpha = \frac{\sqrt{2} \cos \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)}$; б) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = tg\left(\pi + \frac{\alpha}{2}\right)$.
- Какие целые значения может принимать выражение $5\cos \alpha + 4\sin \alpha$?
- Зная, что А, В и С – внутренние углы треугольника, докажите справедливость равенства

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

Вариант 3.

- Упростите: а) $\cos(-\alpha) + \cos \alpha \cdot tg^2(-\alpha)$; б) $\sin(\pi - 2\alpha) + \sin(1,5\pi + 2\alpha) \cdot tg(\pi + \alpha)$;
в) $\sin 20^\circ + \sin 13^\circ \cdot \sin 57^\circ - \sin 33^\circ \cdot \sin 77^\circ$.
- Вычислите а) $\sin 2\alpha$, если $tg \alpha = 3$;
б) $\alpha \div \beta$, если $0,5\pi < \alpha < \pi$, $ctg \alpha = -3$, $\pi < \beta < 1,5\pi$, $tg \beta = 2$.
- Докажите тождество: а) $2 \cos^2 \alpha - \frac{2}{tg \alpha + ctg \alpha} - 1 = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right)$; б) $\frac{1 + tg \beta}{1 + ctg \beta} = tg \beta$.
- Какие целые значения может принимать выражение $\sqrt{2} \cos \alpha - \sqrt{2} \sin \alpha$?
- Зная, что А, В и С – внутренние углы треугольника, докажите справедливость равенства

$$\sin 4A + \sin 4B + \sin 4C = -4 \sin 2A \sin 2B \sin 2C.$$