

Отборы корней в тригонометрических уравнениях

Отбор корней по ОДЗ

1. а) $\frac{1 + 2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + \sin 2x}{\sin 2x - 1} = 1$

б) $\frac{5\cos^2 x - 5\cos x - \sin^2 x + 2}{\sqrt{3} - 2\sin x} = 0$

в) МГУ $\cos 8x \cdot \tan x = 6\sin^2 4x \cdot \tan x$

г) $\tan 5x = \tan 3x$

д) МГУ $\tan x + \tan 2x = -\tan 3x$

е) МГУ $\cos 8x \cdot \tan x + 2\sin^2 4x = \tan x$

Отбор корней, расположенных на промежутке

2. Найдите корни уравнения $\sin 5x + \sin 3x = 4\sin 2x$ из $\left[-\frac{17\pi}{3}; -\frac{25\pi}{6}\right]$

3. $\sin 2x - 2\sin^2 x = 4\sin x - 4\cos x$ а) решите уравнение б) найдите корни уравнения из $\left[\frac{21\pi}{5}; \frac{35\pi}{6}\right]$ в) найдите наибольший отрицательный корень

уравнения г) найдите корни уравнения из $\left[-\frac{\pi}{5}; 2\frac{1}{2}\pi\right]$ д) найдите корни уравнения из $[3; 5]$.

4. $\tan x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$ а) найдите корни уравнения из $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ б) найдите корни уравнения из $[2; 4]$ в) найдите корни уравнения из $[3; 2]$

5. МГУ, 2010, а) Решите уравнение $\frac{9(\sin x + \cos x)^2}{\cos 2x} + \frac{32(\tan x + 7\tan 4x)}{\tan x + 7\tan 4x} + 7 = 0$

б) найдите сумму всех корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $[0; 120\pi]$, и выясните, что больше: эта сумма или число 23040

Другие отборы

6. а) $\sin^2 x \cdot \sin 2x = 0$

б) $\sin^2 x \cdot \sin 8x = 0$

7. а) $9\sin x = \sin 9x$

б) $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x \cdot \cos 8x = \frac{1}{8}\cos 15x$

Как не потерять корни при решении тригонометрического уравнения

8. а) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = 2\operatorname{ctg}x + 1$ б) $-2\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 3\operatorname{ctg}x + 2$ в) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin 2x + 1$ (ол. УрГУ 2011)

9. а) $6\operatorname{ctg}x = \operatorname{tg}2x + 4\sin 2x$ б) $\operatorname{tg}2x + \cos 2x + 5\operatorname{ctg}x = 0$ в) $2 + \cos x = 2\operatorname{tg} \frac{x}{2}$

Логарифмические уравнения и неравенства, содержащие тригонометрические функции

10. Олимпиада УПИ, 2000 $\cos^2 + 2 \lg(\sin^2 2x) + x^2 \lg(\cos^2 4x) = 2 \lg(\cos 4x \cdot \sin^3 2x)$

11. Олимпиада «Ломоносов-2005» $\log_4(\operatorname{ctg}^2 x) + \log_2(\cos 2x) = 1$

12. МГУ, 2007, химфак $2\sin^2 x + 3\sin 2x = \log_{\cos x}(\cos^2 x + \sin^2 x)$

13. МГУ, 2006, факультет психологии $\log_2(|\sin x| - |\cos x|) + \log_2|\cos x| = 0$

14. МГУ, 2010, $4 + \cos x \cdot \log_3 x \cdot \log_4 81 + \sin^2 x \cdot \log_2 x^8 \leq 2\cos x - 4\cos 2x + \log_{\sqrt{2}} x^4$

15. МГУ $\cos x = \log_{\operatorname{tg}x} \sqrt{-\frac{\cos x}{|\sin x|}}$

Тригонометрические уравнения с модулем

16. а) $6\sin^2 x - \frac{|\cos x|}{\cos x} \cdot \sin x - 2 = 0$ б) $\cos x + \cos 3x = |\sin 2x|$ в) $|\sin x| = \cos 2x - 1$

г) $\frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin x} = \sqrt{2} \left(\cos x - \frac{1}{2} \right)$ д) $\sin x - \sin 3x = |\cos 2x|$ е)

$\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x = |\cos x|$

17. $\sqrt{2}(\cos 8x + 2\cos^2 2x) \sqrt{1 + \cos 4x} + \cos 10x + \cos 6x + 4\cos^3 2x = 0$

18. ЦТ, М-2, 2003, Сколько различных корней на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ имеет уравнение

$\frac{\sqrt{2}|\operatorname{tg}x| \cdot \cos x + 1}{4x - 3 \cdot 3,14} = 0$

19. $\sqrt{1+\cos 2x} + \sqrt{2} \cos x = 4 \sin x + \cos x$ УрГУ, мат-мех, 1998

20. МФТИ $\frac{\sin 3x}{|\sin x|} + \frac{3 \sin x}{\sin 3x} = -2$

22. МГУ, ВМК, 2008 $\sqrt{1-\sin 2x} + |\sin x| \leq \cos x$

23. Олимпиада УПИ, 1999 $\sin^2 x - \cos^2 3x = 2|\sin 3x| + |\sin x| - \frac{9}{4}$

24. МГУ, мехмат., 2008 $|\sin 2x + \cos x| = ||\sin 2x| - |\cos x||$ на $[-2\pi; 2\pi]$

25. МГУ, мехмат., 2006 $|1 - 2 \sin x + \cos x| + 2 \sin x + 1 = \cos 2x$

Иррациональные уравнения, содержащие тригонометрические функции

26. $\sqrt{\cos 2x + \sqrt{3} \sin x} = -2 \cos x$

27.

$\sqrt{\cos 3x + \cos x} = \sqrt{2} \cos 2x$

28. $\sqrt{\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x - 3 \cos^2 x + \cos x} + \frac{13}{4} = \sqrt{3} \sin x + \frac{1}{2}$

29. $\sqrt{2 - 2 \sin^2 x} - \sqrt{\cos 2x} = 1$

30. $\sqrt{\sin x + 2 \cos x} - \operatorname{tg} x \sqrt{\cos x} = 0$ УрГУ, мат-мех, 2000

31. ЦТ, М-2, 2004. Количество различных корней уравнения

$\sqrt{19\pi - 4x^2} \cdot \left(\sqrt{\sqrt{2} + \cos x} - \sqrt[4]{2} \sin x \right) = 0$ равно...

Тригонометрическая замена

32. $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$

33. Олимп. МГУ, 2000, $\sqrt{1-x} = 2x^2 - 1 + 2x \cdot \sqrt{1-x^2}$

34. МГУ, биофак. Сколько корней имеет уравнение $8x \cdot (-2x^2) \cdot (x^4 - 8x^2 + 1) = 1$ на отрезке $[-1; 1]$?

35. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x + x^2 y = y \\ 2y + y^2 z = z \\ 2z + z^2 x = x \end{cases}$$