

Приемы ускоренного построения графиков функции

1.1 Постройте график функции $y = |x-3| - 2|x| + x + 1$

1.2 Постройте график функции $y = |x+2| - |x-3| - x - 4$

1.3 Постройте график функции $y = 2|x+1| - |x| + |x-2|$

1.4 Постройте график функции $y = 2|x-2| - |x+1| + x - 1$

а) Найдите множество значений функции $y = 2|x-2| - |x+1| + x - 1$.

б) При каких значениях параметра a уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = a$ имеет более одного корня?

в) При каких значениях параметра a уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = a$ имеет только положительные корни?

г) При каких значениях параметра a уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = a$ имеет только неотрицательные корни?

д) При каких значениях параметра a уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = a$ имеет хотя бы один корень на $[2; 3]$?

е) При каких значениях параметра a уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = a$ имеет ровно один корень на $[2; 3]$?

ж) При каких значениях параметра a уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = a$ имеет ровно два корня на $[2; 3]$?

з) Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что уравнение $2|x-2| - |x+1| + x - 1 = ax + b$ имеет не менее пяти различных решений.

и) Постройте график функции $y = 2|x-2| - |x+1| + x - 1$.

2.1 Постройте график функции $y = \frac{2x-3}{x-1}$

2.2 Постройте графики функций а) $y = \frac{3x-1}{x+1}$ б) $y = \frac{1-4x}{2x+1}$ в) $y = \frac{5-x}{2x-3}$

2.3 Постройте график функции $y = \frac{3x-4}{x+2}$

Постройте графики функций а) $y = \left| \frac{3x-4}{x+2} \right|$, б) $y = \frac{3|x|-4}{|x|+2}$, в) $y = \frac{|3x|-4}{|x|+2}$

2.4 Постройте график функции $y = \frac{2|x-1|-2}{x-2}$.

2.5 Постройте график функции $y = \frac{3|x+1|-x-5}{1-|x-2|}$.

а) Найдите количество корней уравнения $\frac{3|x+1|-x-5}{1-|x-2|} = a$ в зависимости от значений параметра a .

б) Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что уравнение $\frac{3|x+1|-x-5}{1-|x-2|} = ax + b$ имеет не менее пяти различных решений.

3. (МГУ, химфак, 2000) Найдите наименьшее значение функции $y = |x-3| + |x| + |x+3| + |x+5|$
4. (ЦТ, М2, 2001) Все корни уравнения $|x-7| - |x+2| = 9$ образуют множество
- 1) \emptyset 2) $[-2; 2]$ 3) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ 4) \mathbb{R} 5) $(-\infty; -2]$
5. Решите уравнение $\log_2 (|x-4| - |x-1|) \log_9 (|x+5| - |x+3|) = \frac{1}{2}$
6. Решите уравнение $6 \sin x = |x-1| + |x+5|$
7. При каких значениях параметра a уравнение $\log_a (|x-1| + |x+5|) = x$ имеет единственный корень?
8. Решите уравнение $25 \cdot 3^{|x-3|+|x-5|} + 9 \cdot 5^{|x-4|+|x-6|} = 450$
9. (МГУ, геологич., 2001, №7) При каких значениях параметра y уравнение $|3x+6| + |3x-8| = yx + 12$ имеет единственное решение?
10. (ЦТ, М2, 2003) Если значение параметра a подобрано так, что уравнение $|x+1| + 7|x+2| + |x+8| = a + 4|x-4|$ имеет единственный корень, то этот корень может быть равен
- 1) только -1 2) только -2 3) только -8 4) только 4
- 5) в зависимости от a какое-либо из чисел $-1; -2; -8; 4$.
11. (ЦТ, М2, 2004) На каком из данных множеств функция $y = |3x-9| - |2x+8| - 6x$ убывает? Из правильных ответов выберите тот, который имеет наибольший номер?
- 1) $[-4; 3]$ 2) $[4; 3]$ 3) $(-\infty; 3]$ 4) $[4; +\infty)$ 5) \mathbb{R} .
12. Найдите все значения параметра a , при которых минимум функции $y = 3|x-a| + |x^2 + x - 2|$ меньше 2.
13. (Олимпиада УГТУ-УПИ, 2003) Найдите все значения параметра a , при которых наименьшее значение функции $y = 6|x-a| + |x^2 + 2x - 8|$ меньше 8.
14. Найдите количество корней уравнения $|x-2| + 1 = ax$ в зависимости от значений параметра a .
15. (МГУ, геологич., 1991, №6) Решите уравнение $a|x-4| + |x+2| = 6$.
16. (МГУ, ВМК, 1982, №5) При всех значениях параметра a решите уравнение $|x+3| - a|x-1| = 4$ и определите, при каких значениях a оно имеет ровно два решения.
17. Решите уравнение $a|x+3| + 2|x+4| = 2$.
18. (МГУ, ВМК, эконом., 2000, №6) При каких значениях параметра a уравнение $\frac{|x-2| \cdot (-3)}{x^2 - 2x - 3} = a$ имеет единственное решение?